

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОТЕРЬ ПРИ ОТКАЗАХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ

**доц. Афанасьев М.П.,
канд. техн. наук, доц. Афанасьева О.В.,
Глозштейн Н.В.**

Санкт-Петербургский государственный горный университет
Факультет приборостроения, информационных и электронных систем
Кафедра системного анализа и управления инновациями

Аннотация

Статья посвящена проблеме эффективного управления. Рассмотрен пример выбора оптимального управленческого решения по результатам расчёта при принятии решения.

Ключевые слова

Выбор управления, оптимальные решения, уравнение Беллмана, минимизация ущерба, планирование

Abstract

The article is dedicated to the problem of effective management. The article is considered an example of selecting an optimal management decisions based on the results of calculations when making the decision.

Keywords

Select management solutions, the Bellman equation, minimizing damage, planning

В последние годы особое внимание уделяется проблеме эффективного управления в условиях неопределённости. К таким задачам относится оптимизация потерь при отказах сложных систем, функционирующих в условиях неопределённости. Для решения таких задач можно использовать методы системы массового

обслуживания, динамического программирования (например, задачу «о замене оборудования») и вероятностный подход.

Определение вероятного будущего состояния любой системы, например предприятия, позволяет вовремя предупредить возможные проблемные ситуации, сбои и аварии в его работе.

Применять эти методы целесообразно, так как это позволяет наиболее четко максимизировать прибыль или минимизировать затраты.

В этой задаче состояние системы определяется фактическим временем использования её элементов (например, оборудования), то есть его возрастом t , таким образом элемент системы описывается единственным параметром t .

В качестве управлений выступают решения о замене и сохранении элемента, принимаемые в начале каждого года. Задача состоит в нахождении такой стратегии управления (определяемой решениями, принимаемыми к началу каждого года), при которой состояние (например, общая прибыль предприятия) за требуемое количество времени, соответствует заданному (если говорить о прибыли предприятия, то она является максимальной).

Эта задача обладает свойствами аддитивности и отсутствия последействия. Следовательно, ее решение можно найти с помощью алгоритма, реализуемого в два этапа. На первом этапе при движении от начала k -го года периода к началу 1-го года для каждого допустимого состояния оборудования найдем условное оптимальное управление (решение), а на втором этапе при движении от начала первого года периода к началу k -года из условных оптимальных решений для каждого года составим оптимальный план замены оборудования на k лет.

Для определения условных оптимальных решений сначала необходимо составить функциональное уравнение Беллмана. Так как к началу k -го года ($k=1,2,3...T$) принимается только одно из двух решений, а именно заменять или не заменять элемент, то показатель системы (прибыль предприятия) за k -ый год

составит:
$$F_k(t) = \max \left\{ \begin{array}{l} r(t) - u(t) + F_{k-1}(t+1) \text{ (при сохранении элемента) } \\ S(t) - p + r(0) - u(0) + F_{k-1}(1) \text{ (при замене элемента) } \end{array} \right\} \quad (1)$$

где t – возраст оборудования к началу k -го года ($k=1,2,3\dots$); F_k – управление, реализуемое к началу k -го года; $S(t)$ – ликвидационная стоимость машины, p – стоимость нового оборудования.

Используя теперь уравнение (1), находим решение исходной задачи. Это решение начинается с определения условно оптимального управления (решения) для последнего года периода T , в связи с чем находим множество допустимых состояний элемента к началу данного года. Таким образом, разворачивая весь процесс от конца к началу, получаем, что максимальная прибыль за плановой период T составит $F_T(t_0)$. Так как начальное состояние t_0 известно, из выражения (1) для $F_T(t_0)$ находим оптимальное решение в начале первого года, потом вытекающее из него оптимально решение для второго года и т.д.

Для примера рассмотрим процесс разработки оптимальной политики замены элемента сложной системы, заметим, что под элементом можно рассматривать не только какое-либо оборудование, но и элементы в механизме (например, подвеску в машине) и даже человека (при оптимизации кадровой политики). Возьмём случай замены оборудования на предприятии.

Пусть выполняются следующие условия:

1. Стоимость $r(t)$ продукции, производимой с использованием оборудования за год, и расходы $u(t)$, связанные с эксплуатацией оборудования, заданы таблицей 1.
2. Ликвидационная стоимость машины не зависит от ее возраста и равна 5 условным единицам.
3. Цена нового оборудования со временем не меняется и равна 28 условным единицам.
4. Продолжительность планового периода 12 лет.

Таким образом, $S(t)=5$, $p(t)=28$, $T=12$.

Таблица 1. Стоимость продукции и расходы за один год

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r(t)$	51	50	49	48	48	46	45	42	41	39	38	38	37
$u(t)$	22	22	24	25	26	27	28	29	30	33	32	33	34

Вычислим максимальную прибыль по формуле (1), тогда получим, что

$$F_1(t) = \max \left\{ \begin{array}{l} r(t) - u(t) \\ 5 - 28 + 51 - 22 \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} r(t) - u(t) \text{ (сохранение)} \\ 6 \text{ (замена)} \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Пользуясь этой формулой, последовательно вычислим значения максимальной прибыли $F_k(t)$ и запишем их в таблицу 2.

Первую строку получим, придавая параметрам t в равенстве (1) значения 0,1...12 и используя исходные данные в табл. 1.

Например, при $t=0$

$$F_1(0) = \max \left\{ \begin{array}{l} r(0) - u(0) \\ 6 \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 51 - 22 \\ 7 \end{array} \right\} = 29 \text{ (сохранение)}.$$

Аналогично расчет ведется до $t=9$

$$F_1(9) = \max \left\{ \begin{array}{l} 39 - 33 \\ 6 \end{array} \right\} = 6 \text{ (сохранение)}.$$

Заметим, что если прибыль от нового оборудования равна прибыли от старого, то старое лучше сохранить на год.

$$F_1(10) = \max \left\{ \begin{array}{l} 38 - 34 \\ 6 \end{array} \right\} = 6 \text{ (замена)}.$$

Из табл. 2 видно, что $r(t) - u(t)$ с ростом t убывает. Поэтому при $t > 9$ оптимальна будет политика «замены оборудования».

Для наглядности, чтобы различать, в результате какой политики получается условно-оптимальное значение прибыли, будем значения, с которых начинается политика замены, отмечать жирной линией.

Таблица 2. Сводная таблица

$F_k(t)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_1(t)$	29	29	25	22	21	18	16	11	9	6	6	6	6
$F_2(t)$	58	54	47	43	39	35	35	35	35	35	35	35	35
$F_3(t)$	83	76	65	61	60	60	60	60	60	60	60	60	60
$F_4(t)$	105	94	83	82	82	82	82	82	82	82	82	82	82
$F_5(t)$	123	112	107	104	103	100	100	100	100	100	100	100	100
$F_6(t)$	141	136	129	128	128	128	128	128	128	128	128	128	128
$F_7(t)$	165	158	152	150	149	146	144	142	142	142	142	142	142
$F_8(t)$	187	181	175	177	167	164	164	164	164	164	164	164	164
$F_9(t)$	210	204	196	189	187	187	187	187	187	187	187	187	187
$F_{10}(t)$	233	225	214	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210
$F_{11}(t)$	254	243	235	232	231	231	231	231	231	231	231	231	231
$F_{12}(t)$	272	264	257	253	252	249	249	249	249	249	249	249	249

В рамках рассмотренного примера, можем рассмотреть другую оптимизационную задачу. Пусть в начале планового периода имеется

оборудование возраста 6 лет. Разработаем «политику замен» на 12 летний период, доставляющую максимальную прибыль, используя табл. 2.

Максимальная прибыль, которую можно получить за 12 лет, при условии, что изначально на предприятии имелось оборудование возраста 6 лет, находится в табл. 2 на пересечении столбца 6 и строки 12: она составляет 249 единиц.

Значение $F_{12}(6) = 249$ записано в области «политики замены». Значит, для достижения максимальной прибыли в начале первого года оборудование надо заменить.

За 11 лет до конца планового периода будем иметь оборудование возраста 1 год. Значение $F_{11}(1) = 243$ записано в области «политики сохранения». Значит, во втором году оборудование нужно сохранить и проработать на нем год.

За 10 лет до конца планового периода возраст оборудования составит 2 года. Значение $F_{10}(2) = 214$ записано в области «политики сохранения». Сохраняем оборудование ещё на год.

За 9 лет до конца планового периода будем иметь оборудование возраста 3 года. Определяем $F_9(3) = 189$. Это область сохранения. Работаем год.

За 8 лет до конца планового периода оборудование возраста 4 года. Определяем $F_8(4) = 167$. Это область сохранения. Сохраняем оборудование и работаем на нём ещё год.

За 7 лет до планового периода оборудование возраста 5 лет. Определяем $F_7(5) = 146$. Это область сохранения. Работаем год.

За 6 лет до планового периода оборудование возраста 6 лет. Определяем $F_6(6) = 128$. Это область замены. Заменяем оборудование.

За 5 лет до конца планового периода оборудование возраста 1 год. Определяем $F_5(1) = 112$. Это область сохранения. Работаем год.

За 4 лет до конца планового периода оборудование возраста 2 года. Определяем $F_4(2) = 83$. Это область сохранения. Продолжив подобные

рассуждения, установим, что $F_3(3) = 61$, $F_2(4) = 39$, $F_1(5) = 18$ расположены в области сохранения оборудования.

Тогда оптимальный план замены оборудования будет выглядеть следующим образом:

$F_{12}(6) = 249$	1 год работы оборудования →	замена,	$F_6(6) = 128$	7 год работы оборудования →	замена,
$F_{11}(1) = 243$	2 год работы оборудования →	сохранение,	$F_5(1) = 112$	8 год работы оборудования →	сохранение,
$F_{10}(2) = 214$	3 год работы оборудования →	сохранение,	$F_4(2) = 83$	9 год работы оборудования →	сохранение,
$F_9(3) = 189$	4 год работы оборудования →	сохранение,	$F_3(3) = 61$	10 год работы оборудования →	сохранение,
$F_8(4) = 167$	5 год работы оборудования →	сохранение,	$F_2(4) = 39$	11 год работы оборудования →	сохранение,
$F_7(5) = 146$	6 год работы оборудования →	сохранение,	$F_1(5) = 18$	12 год работы оборудования →	сохранение.

На рис. 1. представлено графическое представление оптимального решения поставленной задачи и другие возможные варианты замены. Оптимальное решение обозначено жирной линией.

В заключении отметим, что рассмотренный метод полезен при анализе сложных технических систем, где отказ одного элемента может привести к верной поломке других элементов системы, что многократно увеличивает стоимость ремонта. Поэтому следует для таких систем, на базе системного анализа, вырабатывать технические рекомендации по своевременной замене элементов

таких систем и минимизировать отказы (поломки).

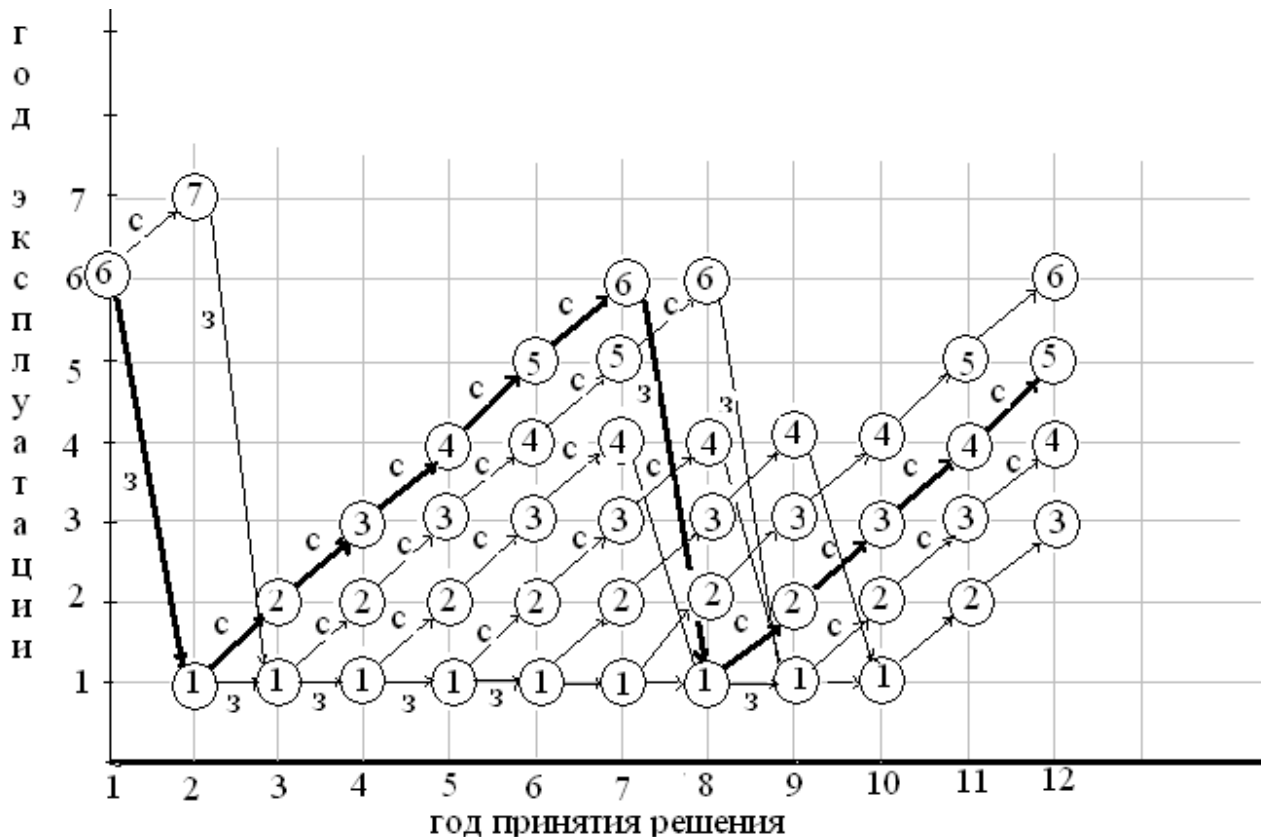


Рис. 1. Схема возможной замены: з – замена, с – сохранение

Данный метод может быть использован не только в технических системах, но и в человеко-машинных, а также при работе с кадрами. Например, в задачах планирования и выработки кадровой политики.

Литература

1. Дынкин, Е.Б. Управляемые Марковские процессы и их приложения /Е.Б. Дынкин, А.А. Юшкевич. – М.: Из-во «Наука», 1975.
2. Копчёнова, Н.В. вычислительная математика в примерах и задачах /Н.В. Копчёнова, И.А. Марон. – М.: Из-во «Наука», 1972.

Рецензент проф. Голик Е.С.